Find the optimal solution for the following <u>*integer*</u> LPP:

Model (1) Maximize $Z = 5x + 2y$

Subject to $2x + 2y \le 9$, (1)

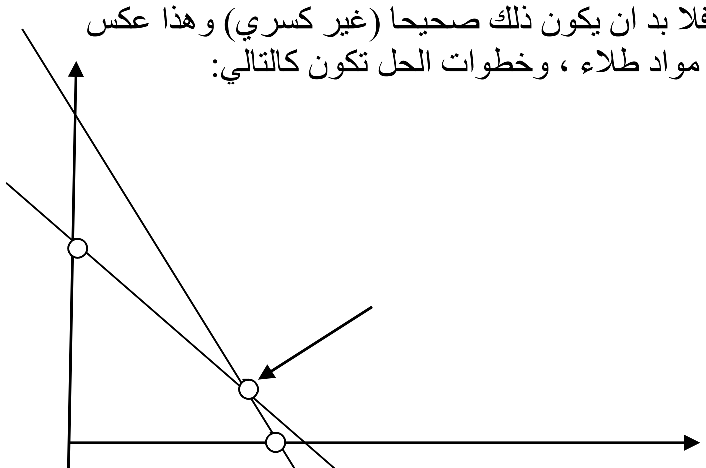
$3x + y \le 11$ (2) & $x , y \ge 0$ and <u>integer,</u>

$\boxed{B}$ –draw a schematic diagram (tree) depicting the result.

$\boxed{\text{The answer of Que. No. ii A}}$

المطلوب حل هذه المسألة (الموديل رقم 1) بطريقة السمبلكس ولكن مشروطة بكون الحل يكون صحيحا ، فمثلا لو كان الحل يطلب عدد السيارات او الدراجات التي تعطي اعلي ربح فلا بد ان يكون ذلك صحيحا (غير كسري) و هذا عكس المتطلب اذا كان هو مكونات لمركب اقراص دوائية او كميات مواد طلاء ، وخطوات الحل تكون كالتالي:

1- نوجد الحل البياني للموديل الرياضي المعطى



The solution of the model(1) is at (x, y) = (3.25, 1.5) , z = 18.75

2- اي ان هذا الحل هو أفضل حل مؤقت و هو عند النقطة المشار اليها بالسهم ولكن x, y وكلاهما كسري اي غير صحيح ، اذا علينا ان نبحث عن حل غير كسري قريبا من الحل السابق ، وعليه نختار احدهما للتعامل معه كالتالي

Since y =1.5 is further from an integer value than x , then we start with

$\boxed{1 < y = 1.5 < 2}$

اي اننا اذا اخترنا المتغير y من الحل نجد ان قيمته واقعة بين القيمتين الصحيحتين1، 2 الاقرب لـ y

0-----------1------1.5----- 2----------3---------4 :y

فاذا من الشكل السابق نجد ان:

القيم الصحيحة الموجبة الاقل من 1.5 هي 1، 0 ويمكن التعبير عن بالقيد (3) $\boxed{y \le 1}$

والقيم الصحيحة الموجبة الاكبر من 1.5 هي 2، 3 ، 5،4 ... ويمكن التعبير عن بالقيد (33) $\boxed{y \ge 2}$

وعليه، نضيف كل قيد لحاله مع الموديل رقم 1 برأس المسألة لنحصل علي الموديلين (2) ، (3)

$\boxed{\text{Model (2) with } y \le 1}$

Maximize $Z = 5x + 2y$

S. t. $3x + y \le 11$, (1)

$2x + 2y \le 9$, (2)

$y \le 1$ (3)

& $x , y \ge 0$ & integer

$\boxed{\text{Model (3) with } y \ge 2}$

Maximize $Z = 5x + 2y$

S . t. $3x + y \le 11$, (1)

$2x + 2y \le 9$, (2)

$y \ge 2$ (33)

& $x , y \ge 0$ & integer

نوجد الحل البياني للموديل الرياضي لكلا الموديلين مستخدمين الثلاثة قيود معا في كل موديل، فنجد ان

حل الموديل رقم (2)

the solution is

at x=3.33 , y=1 , $\boxed{Z = 18.76}$

حل الموديل رقم (3)

the solution is

at x=2.5 , y=2 , $\boxed{Z = 16.5}$ this is <u>refused</u>

3- ونلاحظ ان حل الموديل رقم (2) افضل من حل الموديل رقم (3) الذي اصبح مرفوضا، لذا نتفرع الي الموديل رقم (2) ولنعدل ونقرب قيمة X الكسرية الي قيمة صحيحة ليست بعيدة عن الحل السابق

وحيث ان قيمة X محصورة بين 3، 4 اي $\boxed{3 < x=3.33 < 4}$ وبالمثل سابقا

X: 0-------1------2----- 3—$\boxed{3.33}$----4--------5--------6-------

فاذا من الشكل السابق نجد ان:

القيم الصحيحة الموجبة الاقل من $\boxed{3.33}$ هي 3،2،0،0 ويمكن التعبير عن ذلك بالقيد (4) $\boxed{X \le 3}$

والقيم الصحيحة الموجبة الاكبر من $\boxed{3.33}$ هي 4،5 ،6،..ويمكن التعبير عن ذلك بالقيد (44) $\boxed{X \ge 4}$

وعليه، نضيف كل قيد بمفرده مع الموديل رقم 2 السابق لنحصل علي الموديلين (4) ، (5)

Then

$\boxed{\text{Model (4) with } x \le 3}$

Maximize $Z = 5x + 2y$

S. t. $3x + y \le 11$,(1)

, $2x + 2y \le 9$ (2)

$y \le 1$ (3)

$x \le 3$ (4)

& $x , y \ge 0$ & integer

$\boxed{\text{Model (5) with } x \ge 4}$

Maximize $Z = 5x + 2y$

S . t. $3x + y \le 11$ (1)

$2x + 2y \le 9$ (2)

$y \le 1$, (3)

$x \ge 4$ (44)

& $x , y \ge 0$ & integer

3-نوجد الحل البياني للموديل الرياضي لكلا الموديلين (4)، (5) مستخدمين الاربعة قيود معا في كل موديل، فنجد ان

the solution is at x=3, y=1 , Z= 17

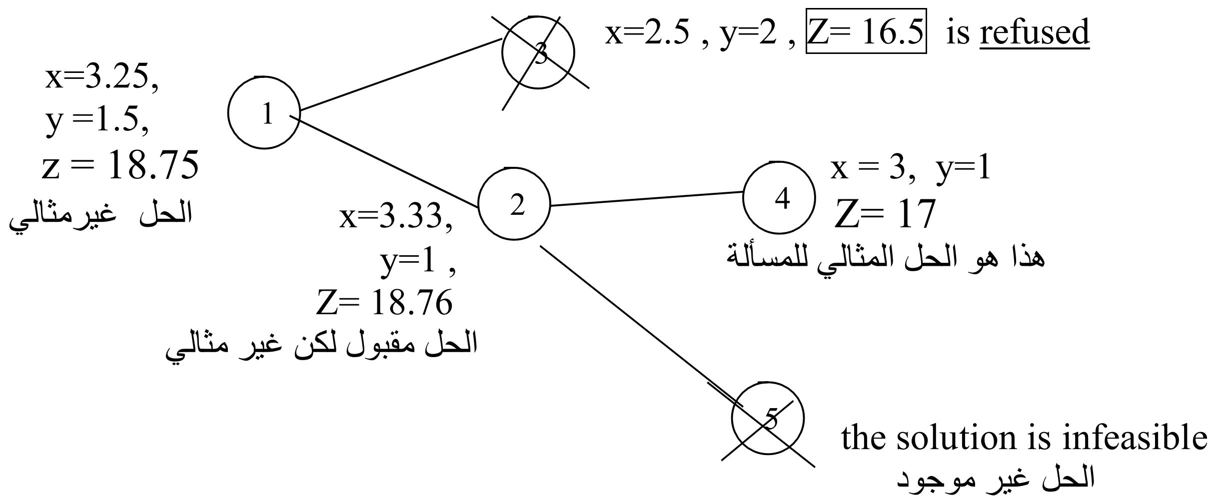
the solution is infeasible

الحل غير موجود

اذا الحل مع التفريعة رقم (4) عند النقطة (1،3) بقيمة عظمي Z= 17

والأن نضع شجرة خطوات الحل كالتالي

The schematic diagram (tree) is as follows:



(Branch & Bound) هذه الطريقة تسمى التفريع والتحديد

Exercises

(Que - No 1 –Find the optimal solution *numerically*, for the following *integer* LPP;

Maximize $Z = 3x + 4y$ S.T. $(2x + y \le 6)$, $(2x + 3y \le 9)$ & $x, y \ge 0$ and integers,

And draw a schematic diagram (tree) depicting the result

Que. No 2 Find the optimal solution for the following *LPP* :

Max $Z = 9x + 3y$ Subject To $x + 0.5y \le 4.25$, $x, y \ge 0$ & integers,

and draw a schematic diagram (tree) depicting the result

Que.No.3 –Solve the following *LPP* problem, numerically:

Max $Z = 40x_1 + 90x_2$ S.T $9x_1 + 7x_2 \le 56$, $7x_1 + 20x_2 \le 70$ & $x_1, x_2 \geqslant 0$&,integers,

and draw a schematic diagram (tree) depicting the result.

(Que.No.4-Find the optimal solution numerically, for the following *integer*

Maximize $Z = 3x + 4y$ S.T . $2x + 3y \le 9$ $x, y \ge 0$ & integer,

and draw a schematic diagram (tree) depicting the result.

(Que.No.5 – A –Find the optimal solution numerically, for the following *integer* LPP:

Max $Z = 5x + 2y$ S.T . $2x + 2y \le 9$, $3x + y \le 11$ and $x, y \ge 0$ & integers,

and draw a schematic diagram (tree) depicting the result.

Que. No.6 – Use Branch-and-bound method to solve the following *integer* LPP:

Max $Z = 8x + 15y$ S.T . $10x + 21y \le 156$, $2x + y \le 22$ and $x, y \ge 0$ & integers,

and draw a schematic diagram (tree) depicting the result.

Que. No.7 –Find the optimal solution numerically, for the following integer LPP:

Minimize $Z = 2x + 3y$ S.T . $x + 3y \ge 5$, $2x + y \ge 6$ and $x, y \ge 0$ & integers,

and draw a schematic diagram (tree) depicting the result.

Que. No.8 - Find the optimal solution *numerically*, for the following *integer* LPP;

Max $Z = 2x + y$ S.T . $2x + 5y \le 17$, $3x + 23y \le 10$ and $x, y \ge 0$ & integers,

and draw a schematic diagram (tree) depicting the result.
